ミリ波－テラヘルツ波帯の特性評価の系統的調査（多層材に対するフリースペース法の適応）

小山洋太＊1
鴨井督＊1
坪井瑞輝＊2
水上莉沙＊3
倉橋直也＊4
谷田幸宏＊5

［要　旨］

本研究では、ミリ波大気の特性評価の内、フリースペース法による誘電率等の物性値評価として運用している Nicolson-Ross-Weir（NRW）法について、多層材に対する手法について検討・定式化を行い、実際に測定を行った。結果、事前測定の誤差の累積や層間の間隙などの影響と考えられる測定結果の乖離が認められるところではあるものの、多層材の評価を実施することに成功した。

1　はじめに

現在、電磁波を用いた無線技術は非常に重要なものとなっており、昨今では車載のミリ波レーダや 5G 移動体通信など、多くの技術的進展、実装がなされている。また、今後このような電磁波技術は光と電波の境界領域であるテラヘルツ領域へ向けても開発が進むものと思われ、更に重要性を増してくる。

これら電磁波を扱う技術の上で重要となる指標は材料の物性値、とりわけ誘電率が重要な役割を果たすところであり、ミリ波帯の誘電率評価方法として当センターではフリースペース法を導入している。しかしながら、現状の測定方法では単一材用を想定しての評価となっており、例えば、基材に塗布・スパッタしたようなもの、接着剤により接合している系などの評価はできないところである。

そこで本研究では、多層材となっているサンプルから特定の層の誘電率及び透磁率を評価する手法を検討し、実際に多層構造の系に対して適応した。

＊1　応用技術課　主任研究員
＊2　応用技術課　副主査
＊3　応用技術課　技師
＊4　基盤技術課　主任研究員
＊5　基盤技術課　副主査

2　アルゴリズムとその結果

2．1　ＮRW法[1),2)]

2．1．1　単層のＮRW法

本研究ではＮＲW法といわれる手法に着目し定式化を行った。ＮＲW法では試料に対する反射と透過の信号（ベクトルネットワークアナライザではS_{11}及びS_{21}など）から、物質の反射係数Γ及び透過係数T求め、誘電率ε_r及び透磁率μ_rを導く手法である[3)]。また当センターでも先行研究にて、ＮＲW法を含めた各種アルゴリズムについて検討を行っている[4)]。

なお、その定式化の概略は補遺C．1に記載し、具体的な計算式だけ以下で概説すると、まず反射係数Γ及び透過係数Tは、

$$\Gamma = X \pm \sqrt{X^2 - 1} \quad \cdots(1)$$

$$X = \frac{(S_{11}^2 - S_{21}^2)}{2S_{11}} \quad \cdots(2)$$

$$T = \frac{(S_{11}+S_{21})-\Gamma}{1-(S_{11}+S_{21})\Gamma} \quad \cdots(3)$$

から計算される。なお、式(1)の$\pm$の符号は反射係数について、$|\Gamma| \leq 1$となるものを選択する。

これらの反射係数Γ及び透過係数Tを用いて、誘電率ε_r及び透磁率μ_{r}は、

$$\frac{\mu_{\mathrm{r}}}{\varepsilon_r} = \left(\frac{1+\Gamma}{1-\Gamma}\right)^2 \quad \cdots(4)$$

$$\mu_{\mathrm{r}}\varepsilon_r = -\left(\frac{1}{k_0 l}\ln T\right)^2 \quad \cdots(5)$$

となることより導くことが可能となる。

なお、透過係数Tの対数を取っているが、これは複素数の対数であり、2πの整数倍の位相不定性（分枝）があることに留意が必要である。

２．１．２　多層のＮＲＷ法

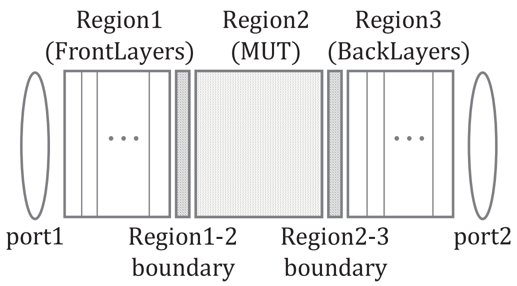


図１　模式化した系

次にこのアルゴリズムを多層化する。図１は検討する系の模式図であるが、方法としては注目する層（物性値を計算したい層であり、図１ではＭＵＴ）以外の層を除去（De-embedding）することとなる。このため、測定に際しては、上記の系全体のＳパラメータ評価の他、前面層（Region1：FrontLayers）及び後背層（Region3：BackLayers）だけでの測定結果は必要となってくる。これは、例えば基材に塗布したようなものであれば、塗布していない基材だけであり、接着した多層であれば、接着前の両層各々の単体での測定を意味する。

定式化の仔細は補遺Ｃ．２に詳述しているため、その結果だけ転載すると、

$$\Gamma = \frac{\sqrt{C_p} \pm \sqrt{C_m}}{\sqrt{C_p} \mp \sqrt{C_m}} \quad \cdots(6)$$

$$T = \frac{C_s \pm \sqrt{C_p C_m}}{C_t} \quad \cdots(7)$$

となる。なお、ここでC_p，C_m，C_s，C_tは補遺Ｃ．２を式(C-34)から式(C-38)に定義するパラメータである。また$\pm$の符号は２．１．１と同様、$|\Gamma| \leq 1$となるものを選択する。

これにより求まった反射係数Γ及び透過係数Tについて式(4)及び式(5)を同様に用いることで、誘電率ε_r及び透磁率μ_{r}を計算することが可能となる。

２．２　測定結果

２．２．１　測定対象

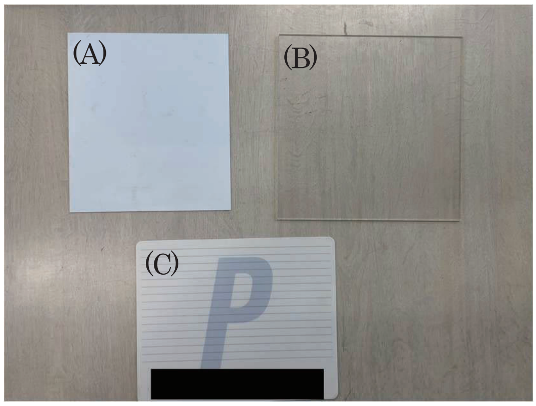


図２　対象サンプル

上記のアルゴリズムを用いて、この度は図２に示す３つの試料を重ねた状態での測定を実施し、その結果から、一部の層の誘電率を求めることを試した。

図２で示される試料は各々、

(A)　ポリ塩化ビニル(PVC)：厚さ0.97mm
(B)　ポリカーボネイト(PC)：厚さ3.08mm
(C)　マウスパッド（材料不明）：厚さ0.79mm

である。

以下評価結果ではこれらの内、試料Cに注目した結果について述べる。

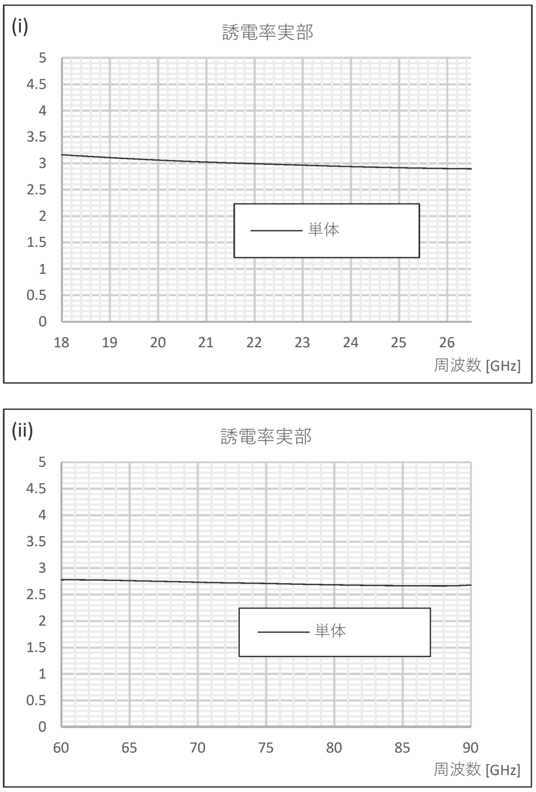


図３　対象Cの誘電率

２．２．２　測定対象の結果（単体評価）

図３は試料Cについて単体で評価した結果であり、(i)がKバンド（18～26.5GHz）、(ii)がEバンド(60～90GHz)の結果である。結果より試料Cの誘電率はおよそ３前後程度となった。

なお、この結果自体は２．１．２の多層のアルゴリズムにより算出しているが、２．１．１の単層に対するアルゴリズムの結果と一致した。

２．２．３　測定対象の結果（２層結果）

図４は試料Cについて、試料AまたはBを重ねた上で評価した結果であり、(i)がKバンド（18～26.5GHz）、(ii)がEバンドの結果である。両バンドともに比較的よく一致したが、高周波側であるEバンドの結果において差が見受けられた。

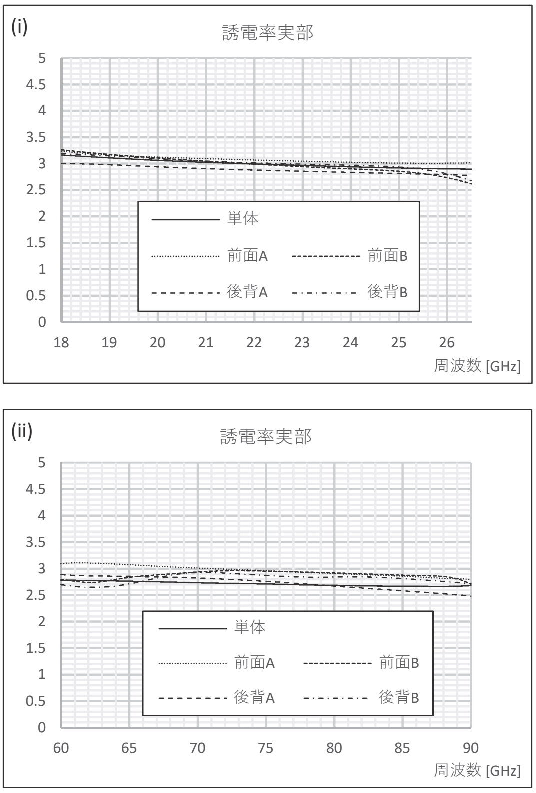


図４　対象Cの誘電率（２層）

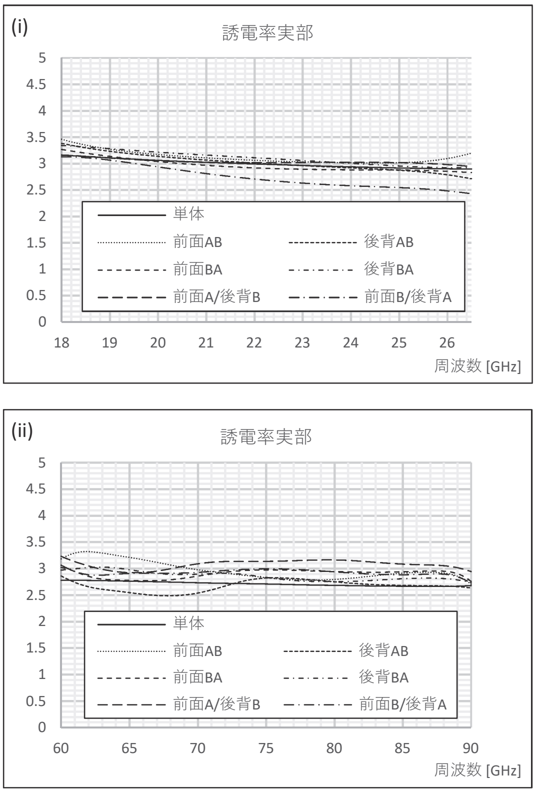


図５　対象Cの誘電率（３層）

２．２．４　測定対象の結果（３層結果）

図５は試料Ｃについて、試料Ａ及びＢを重ねた上で評価した結果である、(i)がＫバンド（18～26.5GHz）、(ii)がＥバンドの結果である。ここでは(i)Ｋバンドのデータにおいても、一部、ずれが目立つパターンが見受けられた（長１点鎖線の前面A/後背Ｂのパターン）。他方Ｅバンドにおいては、２層の時よりもずれがさらに大きくなり、１割を超えるずれが認められる場合もあった。ただ、いずれにしても、およその値は算出できていた。

２．２．５　結果について

以上のように、２．１．２にて導いた計算式を用いて複層材の誘電率評価を実施したが、およその値は出ている一方、高周波側のデータや層数が増えた場合では、乖離が見られた。

これらについて、まず２層よりも３層の状態でデータが悪い点は、事前に測定して得るデータが３層の方が多く、測定の誤差が累積しやすいためと考えられる。また高周波側について、今回の実験では層を単に重ねただけであり、層間には間隙があった可能性がある。この点については、実際のサンプルにおいては層間の密着性が高いものと考えられ、その影響は出にくいものと考えられる。

３　まとめ

本研究では、フリースペース法における誘電率評価について、当センターで運用しているＮＲＷ法を多層材において特定の層を抜き出して計算するためのアルゴリズムを検討し、その有効性を確認した。３つの試料を重ねた状態での測定結果から誘電率を求めたところ、およその値を得ることができ、アルゴリズムとしては有効であることが分かったが、２．１．４で述べたように、事前測定の精度や層間の間隙の有無などの影響が誤差として現れ、特に高周波領域では、注意を払う必要があることが示唆された。なお、本研究の枠内では実施できなかったが、当センターが保有するテラヘルツ分光器などでも反射・透過シグナルの強度・位相が取れることから、上記の内容を転用できる可能性がある。

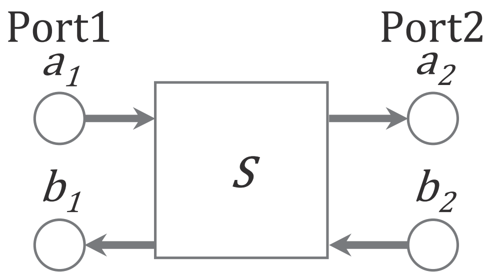
補　遺

Ａ　Ｓパラメータとｔ行列

Ａ．１　Ｓパラメータとｔ行列

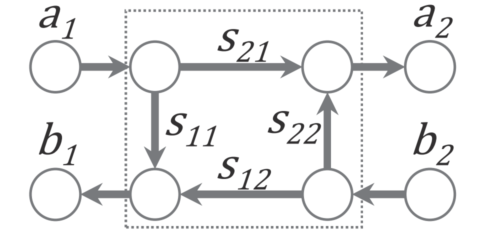
Ａ．１．１　Ｓパラメータ

Ｓパラメータについて、以下の図Ａ．１のような構造を考える。



図Ａ．１　２ポート概念図

ここで、四角で表される***S***が評価対象の回路網であり、Port1とPort2はベクトルネットワークアナライザの各ポートを表している。また、端子ａがPort１から回路への信号入力及びPort2 への回路からの信号出力を表し、端子ｂがPort2から回路への信号入力及びPort1 への回路からの信号出力を表している。



図Ａ．２　２ポート概念図（Ｓ内部詳細）

この図A．１の$\boldsymbol{S}$の内部を明示的に表現すると図A．２となる。このＳの内部にあるs_{11}，s_{21}，s_{12}，s_{22}がベクトルネットワークアナライザで観測されるＳパラメータに対応する。これらを数式で表すと、

$$\begin{cases} b_1 = s_{11}a_1 + s_{12}b_2 \\ a_2 = s_{21}a_1 + s_{22}b_2 \end{cases} \quad \cdots\text{(A-1)}$$

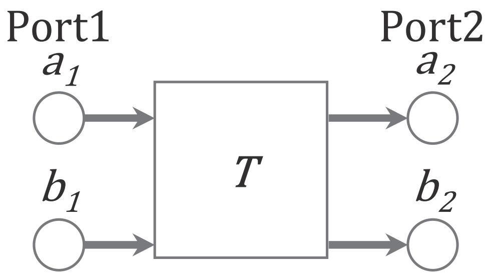
であり、行列で表現すると、

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \boldsymbol{S} \begin{pmatrix} a_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \quad \cdots\text{(A-2)}$$

となる。

Ａ．１．２　Ｔ行列

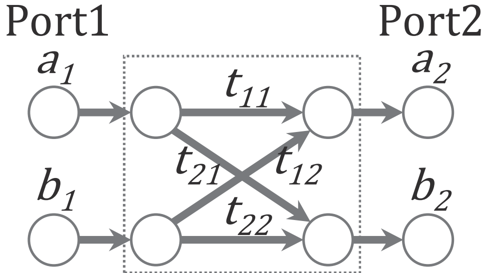
前述のＳパラメータは複数の回路網が直列化（カスケード）した構造では取り扱いが難しい。そこで、以下の図Ａ．３のような構造を考える。



図Ａ．３　２ポート概念図（Ｔ行列）

なお、図Ａ．３は図Ａ．１の図と、端子 b の矢印の向きが逆になっており、b 側も Port1 から Port2 へ信号が伝達するように考える。

そのうえで、$\boldsymbol{T}$の内部を図Ａ．４にて明示するように考える。



図Ａ．４　２ポート概念図（Ｔ内部詳細）

このようなパラメータt_{11}，t_{21}，t_{12}，t_{22}を考えることで、Port1 側の信号から、Port2 側の信号を表現することが可能となり、数式としては、

$$\begin{cases} a_2 = t_{11}a_1 + t_{12}b_1 \\ b_2 = t_{21}a_1 + t_{22}b_1 \end{cases} \quad \cdots\text{(A-3)}$$

であり、行列で表現すると、

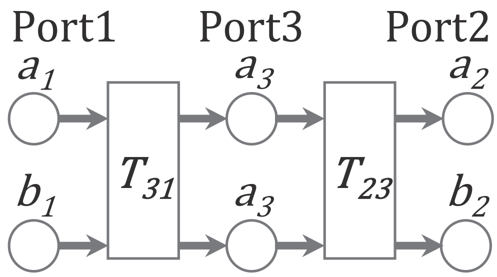
$$\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \boldsymbol{T} \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} \quad \cdots\text{(A-4)}$$

となる。なお、この$\boldsymbol{T}$をＴ行列（Transfer Matrix）と呼ぶ。

Ａ．２　性質と変換

Ａ．２．１　Ｔ行列の直列性

Ｔ行列については、その直列性が認められる。次の図Ａ．５のような状況を考える。



図Ａ．５　２回路網直列化

ここで式(A-4)を用いると。

$$\begin{pmatrix} a_3 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{13} \\ t_{13} & t_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \boldsymbol{T_{31}} \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} \quad \cdots\text{(A-5)}$$

$$\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{22} & t_{23} \\ t_{23} & t_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_3 \\ b_3 \end{pmatrix} = \boldsymbol{T_{23}} \begin{pmatrix} a_3 \\ b_3 \end{pmatrix} \quad \cdots\text{(A-6)}$$

と表現できる。これにより、この回路網全体のＴ行列（図Ａ．３に示す状態）は、

$$\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix} = \boldsymbol{T_{23}} \begin{pmatrix} a_3 \\ b_3 \end{pmatrix} = \boldsymbol{T_{23}T_{31}} \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} \cdots\text{(A-7)}$$

より、

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{T_{23}T_{31}} \quad \cdots\text{(A-8)}$$

と表現することが可能である。

Ａ．２．２　De-embedding（ディエンベディング）

Ａ．２．１で示したように、Ｔ行列は連続する回路網に対して、逐次乗算を実施することが可能である。このことは逆説的に、特定の場所を抜き出すことが可能なことを示す。

例えば、図Ａ．５に示す回路において、Port1 – Port2 間のＴ行列（$\boldsymbol{T}$）、及びPort1 – Port3 間のＴ行列（$\boldsymbol{T_{31}}$）が既知とした場合、Port3 – Port2 間のＴ行列（$\boldsymbol{T_{23}}$）は、$\boldsymbol{T_{31}}$の逆行列$\boldsymbol{T_{31}^{-1}}$を用いることで、

$$\boldsymbol{T_{23}} = \boldsymbol{T}\boldsymbol{T_{31}^{-1}} \quad \cdots\text{(A-9)}$$

として計算が可能である。

Ａ．２．３　Ｓパラメータとｔ行列の関係

上記の性質を持つＴ行列はＳパラメータから変換が可能である。これは(A-1)式を変形し、(A-3)式と同一の形にすることで得られる。即ち(A-1)式をa_2とb_2について整理すればよく、結果、

$$\begin{cases} a_2 = [-(s_{11}s_{22} - s_{12}s_{21})a_1 + s_{22}b_1]/s_{12} \\ b_2 = [-s_{11}a_1 + b_1]/s_{12} \end{cases} \quad \cdots\text{(A-10)}$$

となり、行列表示では、

$$\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{s_{12}}\begin{pmatrix} -\det(\boldsymbol{S}) & s_{22} \\ -s_{11} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} \quad \cdots\text{(A-11)}$$

ただし、

$$\boldsymbol{S} = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{pmatrix} \quad \cdots\text{(A-12)}$$

$$\det(\boldsymbol{S}) = s_{11}s_{22} - s_{12}s_{21} \quad \cdots\text{(A-13)}$$

である。これを(A-4)式と比較すると、

$$\boldsymbol{T} = \frac{1}{s_{12}}\begin{pmatrix} -\det(\boldsymbol{S}) & s_{22} \\ -s_{11} & 1 \end{pmatrix} \quad \cdots\text{(A-14)}$$

が得られる。

一方同様に、ＳパラメータもＴ行列から変換が可能である。これは(A-3)式を変形し、(A-1)式と同一の形にすることで得られ、即ち(A-3)式をb_1とa_2について整理すればよい。結果、

$$\begin{cases} b_1 = [-t_{21}a_1 + b_2]/t_{22} \\ a_2 = [(t_{11}t_{22} - t_{12}t_{21})a_1 + t_{12}b_2]/t_{22} \end{cases} \quad \cdots\text{(A-15)}$$

となり、行列表示では、

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{t_{22}}\begin{pmatrix} -t_{21} & 1 \\ \det(\boldsymbol{T}) & t_{12} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \quad \cdots\text{(A-16)}$$

ただし、

$$\boldsymbol{T} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{pmatrix} \quad \cdots\text{(A-17)}$$

$$\det(\boldsymbol{T}) = t_{11}t_{22} - t_{12}t_{21} \quad \cdots\text{(A-18)}$$

である。これを(A-2)式と比較すると、

$$\boldsymbol{S} = \frac{1}{t_{22}}\begin{pmatrix} -t_{21} & 1 \\ \det(\boldsymbol{T}) & t_{12} \end{pmatrix} \quad \cdots\text{(A-19)}$$

が得られる。

Ａ．２．４　ＳパラメータでのDe-embedding

以上の内容を用いると、特定の場所のＳパラメータを計算により取り出すことが可能となる。

例えば図Ａ．５でPort3 – Port2 間のＳパラメータ（$\boldsymbol{S_{23}}$）を求める場合、

（１）　Port1 – Port2 の系全体のＳパラメータを取得する（$\boldsymbol{S_{tot}}$）。

（２）　Port1 – Port3 だけのＳパラメータを取得する（$\boldsymbol{S_{31}}$）。

（３）　（１）および（２）で得られたＳパラメータから(A-14)式により、各々のＴ行列を算出する（$\boldsymbol{S_{tot}} \to \boldsymbol{T_{tot}}, \boldsymbol{S_{31}} \to \boldsymbol{T_{31}}$）。

（４）　(A-9)のとおり、$\boldsymbol{T_{31}}$の逆行列$\boldsymbol{T_{31}^{-1}}$を導き、$\boldsymbol{T_{tot}}$に右から乗算し、$\boldsymbol{T_{23}}$を求める。

（５）　$\boldsymbol{T_{23}}$に(A-19)を用いて、$\boldsymbol{S_{23}}$を求める。

により計算可能である。

Ｂ　反射・透過のＴ行列と物性値

ベクトルネットワークアナライザではＳパラメータを測定できるが、補遺Ａのとおり、そこからＴ行列を求めるとで、行列演算による変形が容

易となる。ここでは、フリースペース法において現れる「試料と空間（空気）などの異なる媒質間での反射」、「同一媒質の透過」の２つについて、そのT行列表現を検討する。

Ｂ．１　反射・透過のＴ行列

Ｂ．１．１　反射面のＴ行列

ここでは以下、反射面のＳパラメータについて簡単に触れた後、T行列へ変換する。

図Ｂ．１のような反射について考える。Region １とRegion2はインピーダンス（Z_1, Z_2）が異なり、その境界で反射が発生する。この時、これらのインピーダンスにより、以下のように反射係数Γが求まり、このΓがＳパラメータの 1,1 成分（S_{11}）に該当する。

$$S_{11} = \Gamma = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad \cdots \text{(B-1)}$$

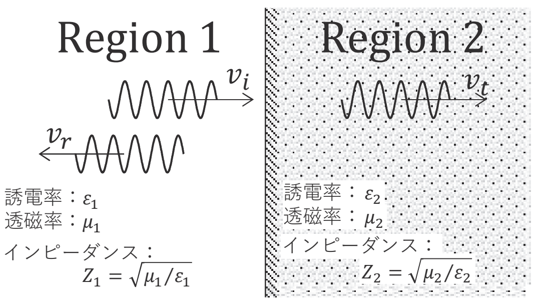
また、Region1 と Region2 の連続性（Region1 の成分和と Region2 の成分和が等しい）を考慮すると、Ｓパラメータの 2,1 成分（S_{21}）が以下のように表される。

$$S_{21} = 1 + \Gamma \quad \cdots \text{(B-2)}$$

他方、残りの成分であるS_{11}とS_{12}は、入射方向が反対となることから、上記の考え方でΓの符号が逆（(B-1)式の分子の項が入れ替わり、負符号を出す）になることから、以下のようになる。

$$S_{22} = -\Gamma \quad \cdots \text{(B-3)}$$

$$S_{12} = 1 - \Gamma \quad \cdots \text{(B-4)}$$



図Ｂ．１　反射面

以上まとめると、上記の系のＳパラメータは

$$\boldsymbol{S} = \begin{pmatrix} \Gamma & 1-\Gamma \\ 1+\Gamma & -\Gamma \end{pmatrix} \quad \cdots \text{(B-5)}$$

となり、(A-14)式からT行列は、

$$\boldsymbol{T} = \frac{1}{s_{12}} \begin{pmatrix} -\det(\boldsymbol{S}) & s_{22} \\ -s_{11} & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{1-\Gamma} \begin{pmatrix} 1 & -\Gamma \\ -\Gamma & 1 \end{pmatrix} \quad \cdots \text{(B-6)}$$

と表現できる。

Ｂ．１．２　媒質透過のＴ行列

媒質内の透過においては透過係数TがＳパラメータの非対角成分となる。即ち、

$$S_{21} = S_{11} = T \quad \cdots \text{(B-7)}$$

となる。他方、反射はないため対角成分はない。

これらより、

$$\boldsymbol{S} = \begin{pmatrix} 0 & T \\ T & 0 \end{pmatrix} \quad \cdots \text{(B-8)}$$

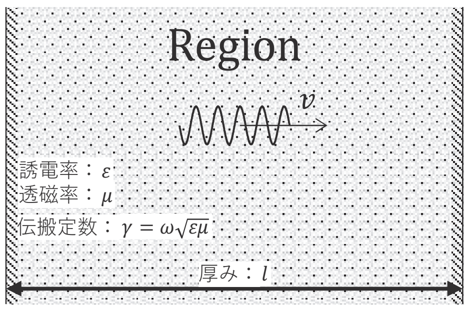
となり、T行列は、

$$\boldsymbol{T} = \begin{pmatrix} T & 0 \\ 0 & 1/T \end{pmatrix} \quad \cdots \text{(B-9)}$$

となる。

Ｂ．２　反射・透過係数と物性値

Ｂ．１にてT行列が反射係数と透過係数で表されることを述べたが、これらの係数はさらに物質の誘電率・透磁率にて表現可能である。以下、各々について表現する。



図Ｂ．２　媒質内透過

B．２．１　反射係数と物性値

反射係数はインピーダンスにより表現できると述べたが、このインピーダンスは以下のように、誘電率・透磁率により表現できる。

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_r\mu_0}{\varepsilon_r\varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}}Z_0 \quad \cdots\text{(B-10)}$$

ここで、ε, μは、物質の誘電率、透磁率であり、ε_0, μ_0は真空（空気）の誘電率、透磁率、そしてε_r, μ_rは、物質の比誘電率、比透磁率である。また、$Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$は、真空のインピーダンスである。

このインピーダンスの式である式(B-10)を式(B-1)に代入することで、反射係数を誘電率・透磁率で表現することが可能となるが、特に図B.1 でRegion1 が空気（$Z_1 = Z_0$）であり、Region2 の比誘電率、比透磁率がε_r, μ_r場合は、

$$\Gamma = \frac{\sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}}Z_0 - Z_0}{\sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}}Z_0 + Z_0} = \frac{\sqrt{\mu_r} - \sqrt{\varepsilon_r}}{\sqrt{\mu_r} + \sqrt{\varepsilon_r}} \quad \cdots\text{(B-11)}$$

であり、特に非磁性（$\mu_r = 1$）の場合、

$$\Gamma = \frac{1 - \sqrt{\varepsilon_r}}{1 + \sqrt{\varepsilon_r}} \quad \cdots\text{(B-12)}$$

となる。

B．２．２　透過係数と物性値

図B．２のように媒質中を透過する場合の透過係数は次の伝搬定数γ

$$\gamma = \omega\sqrt{\varepsilon\mu} \quad \cdots\text{(B-13)}$$

により表現可能である。ここでωは信号の角振動数であり、γは光速cが

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \quad \cdots\text{(B-14)}$$

であることを用いると、

$$\gamma = \omega\sqrt{\varepsilon_r\varepsilon_0\mu_r\mu_0} = \sqrt{\varepsilon_r\mu_r}\frac{\omega}{c} = k_0\sqrt{\varepsilon_r\mu_r} \quad \cdots\text{(B-15)}$$

となる。ただし、

$$k_0 = \frac{\omega}{c} \quad \cdots\text{(B-16)}$$

であり、真空中の波数である。

このγを用いると、透過係数は

$$T = \exp(-i\gamma l) = \exp(-ik_0 l\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}) \quad \cdots\text{(B-17)}$$

となる。ただし、lは媒質の長さである。

以上より、観測されたＳパラメータは物質の反射係数・透過係数を通じて、誘電率・透磁率と関連付けることが可能となり、またＳパラメータをＴ行列に変換し、回路網ごとの分解を実施することで、所望の層のデータを抜き出し、物性値を演算することが可能となる。

この度実施した、多層膜のアルゴリズム定式化については補遺Ｃにて詳述する。

Ｃ 多層膜時のＮＲＷ法

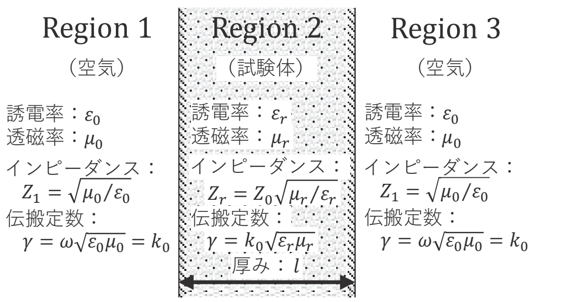
ここでは、Ｓパラメータから誘電率・透磁率を求めるＮＲＷ法の多層膜時の扱いについて詳述するが、その前段として、単層（単体）におけるＮＲＷ法についても概説する。

Ｃ．１　単層のＮＲＷ法

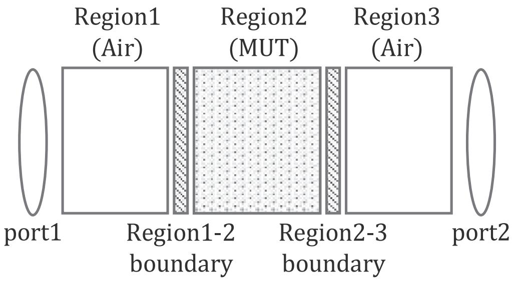
Ｃ．１．１　想定の系

図Ｃ．１に想定の系を示す。このように、単層のＮＲＷ法では、両側を空気の領域（Region 1，3）で挟まれた試験体（Region 2）を想定して定式化する。

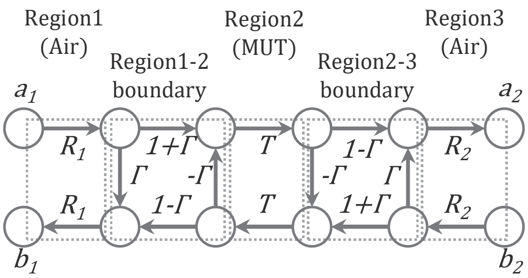
この図をさらに模式化したものが図Ｃ．２であり、補遺Ａで記したダイアグラムで表現すると図Ｃ．３となる。



図Ｃ．１　想定の系



図C．２　模式化した系



図C．３　ダイアグラム

ここで、ΓとTは、補遺Bで述べたように、

$$\Gamma = \frac{\sqrt{\mu_r}-\sqrt{\varepsilon_r}}{\sqrt{\mu_r}+\sqrt{\varepsilon_r}} \quad \cdots(C\text{-}1)$$

$$T = \exp(-ik_0 l\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}) \quad \cdots(C\text{-}2)$$

で表される。なお、R_1, R_2はそれぞれRegion1,2の空気中の伝搬を表すファクタである。

C．１．２　定式化

図C.３のダイアグラムは、

① Region 1の空気伝搬

② Region 1,2の境界反射

③ Region 2の試料内伝搬

④ Region 2,3の境界反射

⑤ Region 3の空気伝搬

の５つのブロックから構成されている。

これらのブロックのT行列を考えると、補遺Bの(B-6)式、(B-9)式で検討したとおり、以下のようになる。

① Region 1の空気伝搬

$$\boldsymbol{T_1} = \begin{pmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & 1/R_1 \end{pmatrix} \quad \cdots(C\text{-}3)$$

② Region 1,2の境界反射

$$\boldsymbol{T_2} = \frac{1}{1-\Gamma}\begin{pmatrix} 1 & -\Gamma \\ -\Gamma & 1 \end{pmatrix} \quad \cdots(C\text{-}4)$$

③ Region 2の試料内伝搬

$$\boldsymbol{T_3} = \begin{pmatrix} T & 0 \\ 0 & 1/T \end{pmatrix} \quad \cdots(C\text{-}5)$$

④ Region 2,3の境界反射

$$\boldsymbol{T_4} = \frac{1}{1+\Gamma}\begin{pmatrix} 1 & \Gamma \\ \Gamma & 1 \end{pmatrix} \quad \cdots(C\text{-}6)$$

⑤ Region 3の空気伝搬

$$\boldsymbol{T_5} = \begin{pmatrix} R_2 & 0 \\ 0 & 1/R_2 \end{pmatrix} \quad \cdots(C\text{-}7)$$

これら式(C-3)から(C-7)を乗算すれば系全体のT行列となり、

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{T_5 T_4 T_3 T_2 T_1}$$

$$= \begin{pmatrix} \dfrac{R_1R_2(T^2-\Gamma^2)}{T(1-\Gamma^2)} & -\dfrac{R_2\Gamma(T^2-1)}{R_1T(1-\Gamma^2)} \\ \dfrac{R_1\Gamma(T^2-1)}{R_2T(1-\Gamma^2)} & -\dfrac{T^2\Gamma^2-1}{R_1R_2T(1-\Gamma^2)} \end{pmatrix} \quad \cdots(C\text{-}8)$$

である。

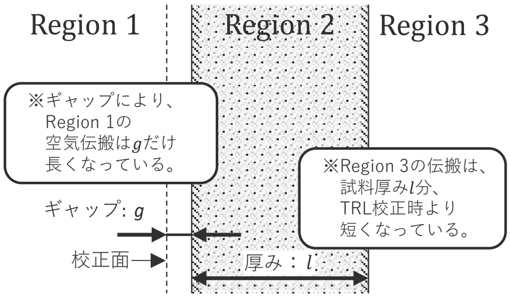
これにより全体のT行列が求まったため、系全体の測定で得られるSパラメータは補遺Aの式(A-19)より求まり、

$$\boldsymbol{S} = \begin{pmatrix} \dfrac{{R_1}^2\Gamma(1-T^2)}{1-T^2\Gamma^2} & -\dfrac{R_1R_2T(1-\Gamma^2)}{1-T^2\Gamma^2} \\ \dfrac{R_1R_2T(1-\Gamma^2)}{1-T^2\Gamma^2} & \dfrac{{R_2}^2\Gamma(1-T^2)}{1-T^2\Gamma^2} \end{pmatrix} \quad \cdots(C\text{-}9)$$

となる。

この$\boldsymbol{S}$の表式を測定結果のSパラメータと比較し、ΓとTについて求め、そこからε_r, μ_rを導くことが可能となる。

なお、当センターのフリースペース法においては、TRL校正を実施後、校正面に、試料Port1側の面を合わせるようにセット（Region 1



図C．４　厚み補正とギャップ

とRegion 2の境界が校正面と一致）する。その場合R_1は1としてよい一方、R_2は試料の厚みlだけ空気（自由区間）伝搬が短くなる。この影響を加味するため、

$$R_2 = \exp(-ik_0(-l)) = \exp(ik_0 l) \quad \cdots\text{(C-10)}$$

とする必要がある。

また、もし校正面と試料面にずれが生じた場合（図C．４参照）、R_1によって補正が可能であり、例えば、gだけ校正面からずれた場合は、

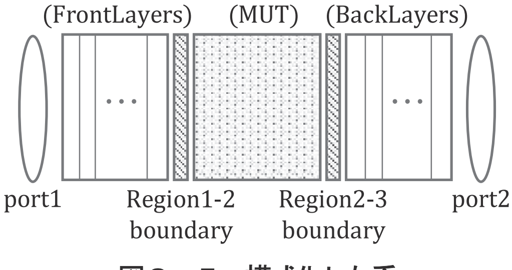
$$R_1 = \exp(-ik_0 g) \quad \cdots\text{(C-11)}$$

とすることで、補正が可能である。

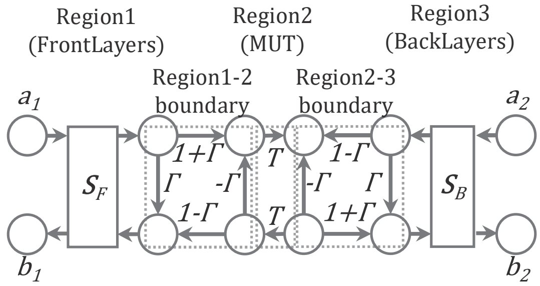
Ｃ．２　多層のＮＲＷ法

Ｃ．２．１　想定の系

ここでは以下、多層の試料に対するＮＲＷ法について検討するが、図Ｃ．２においては、試料の前後にある空気（Region 1及びRegion 2）を想定した。しかしながら、Ｃ．１で述べたように、これらは基本的には１と扱う、もしくは試料厚み分の自由区間伝搬の補正に使用するというものであるため、以下で想定する系では割愛する。



図C．５　模式化した系



図C．６　模式化した系

図Ｃ．５は多層膜の系を模式化したものであり図Ｃ．６がダイアグラム標記である。図Ｃ．５，６では前述のとおり、試料前の空気層の伝搬部は除外しており、その代わり、試料左側に前面層、試料右側に後背層として、２つの層を示している。

これら前面層・後背層とも、それ自体は単層でも複層でも問題ない。ただし、各々、層全体のＳパラメータ測定は事前に必要であり、図Ｃ．６ではそれぞれ、$\boldsymbol{S_F}, \boldsymbol{S_B}$として表現している。また、複層の場合は、単層ごとの測定データ（Ｓパラメータ）を用いることも可能で、その場合は各層のＴ行列を求め、それらを乗算することにより、前面層・後背層の性質を得ることも可能である。そしてその場合、ＮＲＷ法の定式化の逆順を踏むことで、誘電率・透磁率からＳパラメータを算出し、Ｔ行列を求め、乗算により性質を得ることも可能である。

一方、測定対象となる部分（Region 2）については、図Ｃ．２，３と大きな変更はない。この点について、図Ｃ．２，３ではRegion 2は空気領域（Region 1,2）に挟まれており、その境界の性質は空気との反射係数Γにより記述していたが、図Ｃ．６でも同様のパラメータとしている。これは、図Ｃ．２．６の$\boldsymbol{S_F}, \boldsymbol{S_B}$は前面層もしくは後背層が空気と境界で接する状況での測定結果であり、図Ｃ．２．６のRegion 2も空気と境界を接する場合のパラメータとして考えることで、この空気層の存在をキャンセルすることが可能となっている。別の

表現をすれば、図C．５のRegion 1-2 Boundary において、内部に厚さ０の空気層を想定し、前面層―ＭＵＴという系ではなく、前面層―空気―ＭＵＴという系を想定していることに対応するが、この厚さ０の空気層は結果に影響を及ぼさない。

Ｃ．２．２　定式化

以下でもＣ．１．２と同様に考えていく。図Ｃ．３のダイアグラムは、

① Region 1の前面層伝搬
② Region 1,2 の境界反射（仮想的に厚さ０の空気層を考える。）
③ Region 2のＭＵＴ内伝搬
④ Region 2,3の境界反射（②と同様）
⑤ Region 3の後背層伝搬

の５つのブロックから構成されている。

これらのブロックのＴ行列を考えると、

① Region 1の前面層伝搬

$$\boldsymbol{T_f} = \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{pmatrix} \quad \cdots\text{(C-12)}$$

② Region 1,2の境界反射

$$\boldsymbol{T_l} = \frac{1}{1-\Gamma}\begin{pmatrix} 1 & -\Gamma \\ -\Gamma & 1 \end{pmatrix} \quad \cdots\text{(C-13)}$$

③ Region 2の試料内伝搬

$$\boldsymbol{T_M} = \begin{pmatrix} T & 0 \\ 0 & 1/T \end{pmatrix} \quad \cdots\text{(C-14)}$$

④ Region 2,3の境界反射

$$\boldsymbol{T_r} = \frac{1}{1+\Gamma}\begin{pmatrix} 1 & \Gamma \\ \Gamma & 1 \end{pmatrix} \quad \cdots\text{(C-15)}$$

⑤ Region 3の後背層伝搬

$$\boldsymbol{T_B} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} \quad \cdots\text{(C-16)}$$

なお、$\boldsymbol{T_f}, \boldsymbol{T_b}$は、前面層、後背層のＴ行列であり、これらは事前測定したそれぞれのＳパラメータ$\boldsymbol{S_F}, \boldsymbol{S_B}$から式(A-14)を用いて算出される。

これら式(C-12)から(C-16)を乗算すれば系全体のＴ行列となり、

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{T_B T_r T_M T_l T_F} \quad \cdots\text{(C-17)}$$

であり、式(A-4)のように記載すると、

$$\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix} = \boldsymbol{T_B T_r T_M T_l T_F}\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} \quad \cdots\text{(C-18)}$$

となる。

ここで$\boldsymbol{T_B}$について、その逆行列

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{T_B^{-1}} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \quad \cdots\text{(C-19)}$$

を考え、また

$$\boldsymbol{T_l T_M T_r} = \boldsymbol{M} \quad \cdots\text{(C-20)}$$

とすると、式(C-18)は

$$\boldsymbol{H}\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix} = \boldsymbol{M T_F}\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} \quad \cdots\text{(C-21)}$$

となる。

ここで更に、

$$\boldsymbol{T_F}\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \end{pmatrix} \quad \cdots\text{(C-22)}$$

$$\boldsymbol{H}\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \end{pmatrix} \quad \cdots\text{(C-23)}$$

とし、$\boldsymbol{M}$ が式(C-8)で$R_1 = R_2 = 1$とした場合と同等であり、

$$\boldsymbol{M} = \begin{pmatrix} \frac{(T^2-\Gamma^2)}{T(1-\Gamma^2)} & -\frac{\Gamma(T^2-1)}{T(1-\Gamma^2)} \\ \frac{\Gamma(T^2-1)}{T(1-\Gamma^2)} & -\frac{T^2\Gamma^2-1}{T(1-\Gamma^2)} \end{pmatrix} \quad \cdots\text{(C-24)}$$

と記述できることから、式(C-21)は

$$\begin{pmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{(T^2-\Gamma^2)}{T(1-\Gamma^2)} & -\frac{\Gamma(T^2-1)}{T(1-\Gamma^2)} \\ \frac{\Gamma(T^2-1)}{T(1-\Gamma^2)} & -\frac{T^2\Gamma^2-1}{T(1-\Gamma^2)} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \end{pmatrix} \quad \cdots\text{(C-25)}$$

となる。

この式(C-25)をΓ, Tについて解くと、

$$\Gamma = \frac{1}{(p_+ + q_+)(p_+ - q_+) - (p_- + q_-)(p_- - q_-)} \times \left\{(p_+ + q_+)(p_+ - q_+) + (p_- + q_-)(p_- - q_-) \pm 2\sqrt{(p_+ + q_+)(p_+ - q_+)(p_- + q_-)(p_- - q_-)}\right\}$$
…(C-26)

$$T = \frac{1}{p_+q_- + p_-q_+} \times \left\{p_+p_- + q_+q_- \pm \sqrt{(p_+ + q_+)(p_+ - q_+)(p_- + q_-)(p_- - q_-)}\right\}$$
…(C-27)

ただし、

$$\begin{pmatrix} p_+ \\ p_- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\alpha_1 + \beta_1)/2 \\ (\alpha_1 - \beta_1)/2 \end{pmatrix} \quad \cdots (C\text{-}28)$$

$$\begin{pmatrix} q_+ \\ q_- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\alpha_2 + \beta_2)/2 \\ (\alpha_2 - \beta_2)/2 \end{pmatrix} \quad \cdots (C\text{-}29)$$

となる。

ここで Port1 から信号が出ている状況($a_1 = 1, b_2 = 0$)を想定する。そうすると、式（C-18）のベクトルは測定されたＳパラメータで記載することが可能となり、

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ S_{11} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} S_{21} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \cdots (C\text{-}30)$$

となる。

式(C-22)、(C-23)から

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \end{pmatrix} = \boldsymbol{T_F} \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{11} + S_{11}F_{12} \\ F_{21} + S_{11}F_{22} \end{pmatrix} \quad \cdots (C\text{-}31)$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \boldsymbol{H} \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{21}H_{11} \\ S_{21}H_{21} \end{pmatrix} \quad \cdots (C\text{-}32)$$

となる。

これらを式(C-26)から式(C-28)及び式(C-29)に代入し整理すると、最終的に

$$\Gamma = \frac{\sqrt{C_p} \pm \sqrt{C_m}}{\sqrt{C_p} \mp \sqrt{C_m}} \quad \cdots (C\text{-}33)$$

$$T = \frac{C_s \pm \sqrt{C_p C_m}}{C_t} \quad \cdots (C\text{-}34)$$

ただし、

$$C_p = (F_{1s} + F_{2s}S_{11})^2 - (B_d S_{21})^2 \quad \cdots (C\text{-}35)$$

$$C_m = (F_{1d} + F_{2d}S_{11})^2 - (B_s S_{21})^2 \quad \cdots (C\text{-}36)$$

$$C_s = (F_{1s} + S_{11}F_{2s})(F_{1d} + S_{11}F_{2d}) + (S_{21}B_d)(S_{21}B_s) \quad \cdots (C\text{-}37)$$

$$C_t = (F_{1s} + S_{11}F_{2s})(S_{21}B_s) + (F_{1d} + S_{11}F_{2d})(S_{21}B_d) \quad \cdots (C\text{-}38)$$

$$F_{1s} = (F_{11} + F_{21}) \quad \cdots (C\text{-}39)$$

$$F_{1d} = (F_{11} - F_{21}) \quad \cdots (C\text{-}40)$$

$$F_{2s} = (F_{12} + F_{22}) \quad \cdots (C\text{-}41)$$

$$F_{2d} = (F_{12} - F_{22}) \quad \cdots (C\text{-}42)$$

$$B_d = (H_{11} + H_{21}) = \frac{(B_{22} - B_{21})}{\det(\boldsymbol{B})} \quad \cdots (C\text{-}43)$$

$$B_s = (H_{11} - H_{21}) = \frac{(B_{22} + B_{21})}{\det(\boldsymbol{B})} \quad \cdots (C\text{-}44)$$

である。

また、ＭＵＴのインピーダンスは

$$Z = \mp Z_0 \frac{\sqrt{C_p}}{\sqrt{C_m}} \quad \cdots (C\text{-}45)$$

となる。

以上により、Γ, Tが求まったため、式(C-1)及び式(C-2)から誘電率と透磁率を求めることが可能となる。

（参考文献）

1) A.M. Nicolson and G.F. Ross: IEEE Trans. Instrum. Meas., IM-19-4, 377/382, Nov. (1970)

2) W.B. Weir: Proc. IEEE, 62-1, 33/36, Jan. (1974)

3) ”Measurement of Dielectric Material Properties” Application Note; Rohde &Schwarz: Munich, Germany, 2006.

４）坪井瑞輝, 他：京都府中小企業技術センター技報, №49, p32（2021）